Inteligência Computacional CP78D

Lógica Proposicional e Lógica de Predicados

Aula 3
Prof. Daniel Cavalcanti Jeronymo

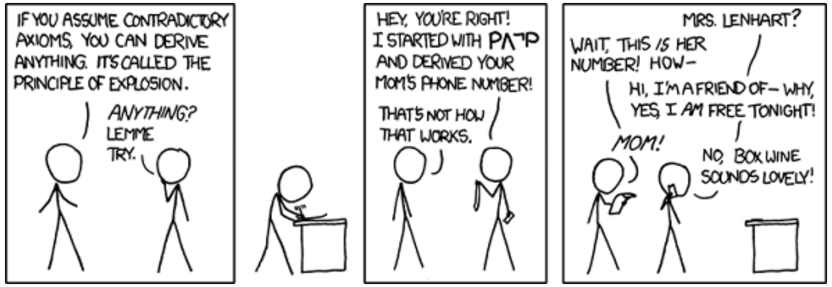
Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)
Engenharia Eletrônica – 9º Período

Plano de Aula

- Lógica Proposicional
- Lógica de Predicados
- Agentes Lógicos
- Atividade Z3Prover

Lógica Proposicional

- Permite a construção de **proposições** lógicas



- Provas matemáticas são argumentos **válidos**

- **Argumento** é uma sequência de declarações que termina em uma conclusão

- **Válido**: a conclusão segue da suposição das premissas como verdadeiras

- Utiliza-se ***regras de inferência*** para construir argumentos válidos

Lógica Proposicional

- Esse argumento é valido?

Se você escuta então você entende o que estou falando

Você está escutando

Logo, você entende o que estou falando

argumento - modus ponens

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \underline{p \qquad\quad} \\ \therefore q \end{array}$$

Faça **p** representar a declaração "você escuta"

Faça **q** representar a declaração "você entende o que estou falando"

Lógica Proposicional

$((p \to q) \wedge p) \to q$ é uma tautologia

p	q	$p \to q$	$(p \to q) \wedge p$	$((p \to q) \wedge p) \to q$
0	0	1	0	1
0	1	1	0	1
1	0	0	0	1
1	1	1	1	1

$$\begin{array}{l} p \to q \\ \underline{p \qquad\quad} \\ \therefore q \end{array}$$

Maneira alternativa de escrever isso

$\therefore$ portanto

Lógica Proposicional

- *Premissas / hipóteses:*

Se está chovendo então vou me molhar

Se vou me molhar então preciso me proteger

- *Conclusão:*

Se está chovendo então preciso me proteger

"Deveria ter utilizado lógica proposicional"
– Leo DiCaprio

Lógica Proposicional

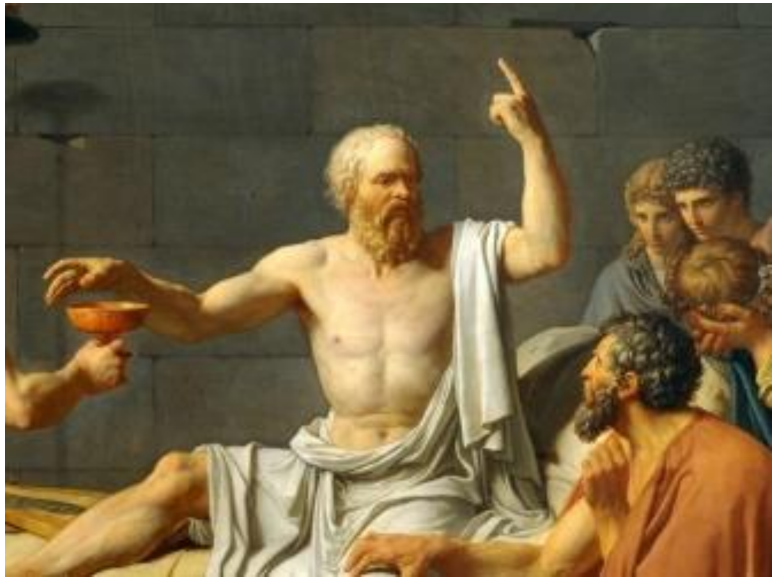
- Como chegamos na *conclusão* a partir das *premissas*?

proposições

p = está chovendo

q = vou me molhar

r = preciso me proteger

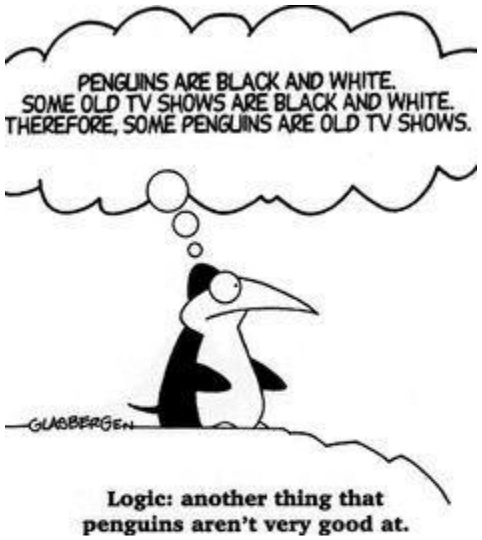


Conclusão por silogismo hipotético

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \underline{q \rightarrow r} \\ \therefore \\ p \rightarrow r \end{array}$$

Lógica Proposicional

- **Super resumão de lógica proposicional**



Um argumento com premissas $p_1, p_2, \cdots, p_n$

e conclusão q

é valido quando $(p_1 \wedge p_2 \wedge \cdots \wedge p_n) \rightarrow q$ é uma tautologia

$\boxed{\text{Cláusula de Horn}}$

- Prova-se a validade de um argumento pelas regras de inferência
  (mas poderíamos também utilizar uma tabela verdade... por que não?)

Lógica Proposicional

Rule of inference	Tautology	Name
$p \to q$ $\underline{p \qquad}$ $\therefore q$	$[p \land (p \to q)] \to q$	Modus ponens
$\neg q$ $\underline{p \to q}$ $\therefore \neg p$	$[\neg q \land (p \to q)] \to \neg p$	Modus tollen
$p \to q$ $\underline{q \to r}$ $\therefore p \to r$	$[(p \to q) \land (q \to r)] \to (p \to r)$	Hypothetic al syllogism
$p \lor q$ $\underline{\neg p \quad}$ $\therefore q$	$((p \lor q) \land \neg p) \to q$	Disjunctiv e syllogism
$\underline{p \qquad}$ $\therefore p \lor q$	$p \to (p \lor q)$	Addition
$\underline{p \land q}$ $\therefore p$	$(p \land q) \to p$	Simplifica tion
p $\underline{q \qquad}$ $\therefore p \land q$	$((p) \land (q)) \to (p \land q)$	Conjunctio n
$p \lor q$ $\underline{\neg p \lor r}$ $\therefore q \lor r$	$[(p \lor q) \land (\neg p \lor r)] \to (p \lor r)$	Resolution

Lógica Proposicional

Table of Logical Equivalences

Commutative	$p \wedge q \iff q \wedge p$	$p \vee q \iff q \vee p$
Associative	$(p \wedge q) \wedge r \iff p \wedge (q \wedge r)$	$(p \vee q) \vee r \iff p \vee (q \vee r)$
Distributive	$p \wedge (q \vee r) \iff (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	$p \vee (q \wedge r) \iff (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
Identity	$p \wedge T \iff p$	$p \vee F \iff p$
Negation	$p \vee \sim p \iff T$	$p \wedge \sim p \iff F$
Double Negative	$\sim (\sim p) \iff p$	
Idempotent	$p \wedge p \iff p$	$p \vee p \iff p$
Universal Bound	$p \vee T \iff T$	$p \wedge F \iff F$
De Morgan's	$\sim (p \wedge q) \iff (\sim p) \vee (\sim q)$	$\sim (p \vee q) \iff (\sim p) \wedge (\sim q)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \iff p$	$p \wedge (p \vee q) \iff p$
Conditional	$(p \implies q) \iff (\sim p \vee q)$	$\sim (p \implies q) \iff (p \wedge \sim q)$

Lógica Proposicional

- **Métodos de prova**

Prova direta

Prova por contradição

(muitos outros métodos de prova)

Lógica Proposicional

- **Prova por contradição – *reductio ad absurdum***

- Em vez de provar a tautologia $(p_1 \wedge p_2 \wedge \cdots \wedge p_n) \rightarrow q$

- Provar a contradição $p_1 \wedge p_2 \wedge \cdots \wedge p_n \wedge \overline{q}$

> **re-duc-tio ad ab-sur-dum** *n* [LL, lit., reduction to the absurd] (1741) 1: disproof of a proposition by showing an absurdity to which it leads when carried to its logical conclusion 2: the carrying of something to an absurd extreme

Lógica de Predicados

- **Lógica proposicional é uma linguagem fraca**

- Não há como quantificar propriedades de indivíduos: “João é alto”

- Generalizações e padrões não são facilmente representados: “todo triângulo tem três lados”

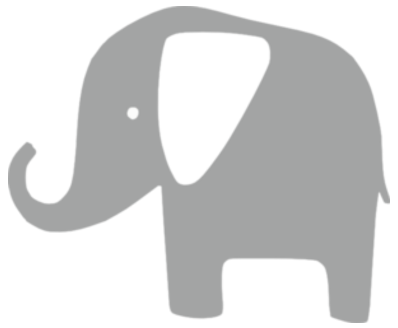
Lógica de Predicados

- **Lógica de primeira ordem é mais expressiva e estende a lógica proposicional**

- São incluídas relações, variáveis e quantificadores:

"Todo elefante é cinza" $\forall(x)(elefante(x) \rightarrow cinza(x))$

"Existe um jacaré branco" $\exists(x)(jacare(x) \wedge branco(x))$



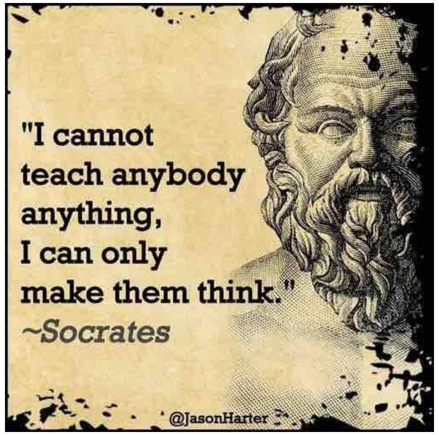
Lógica de Predicados

- **Sócrates é mortal?**

- Premissas

“Todo homem é mortal”

“Socrates é homem”



- Conclusão:

Socrates é mortal

$$\forall(x)(\text{homem}(x) \rightarrow mortal(x))$$
$$\underline{\text{homem}(socrates)\qquad\qquad}$$

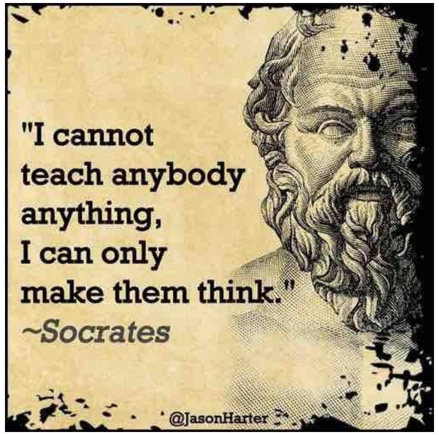
Lógica de Predicados

- **Sócrates é mortal?**

- Premissas

"Todo homem é mortal"

"Socrates é homem"



- Conclusão:

Socrates é mortal

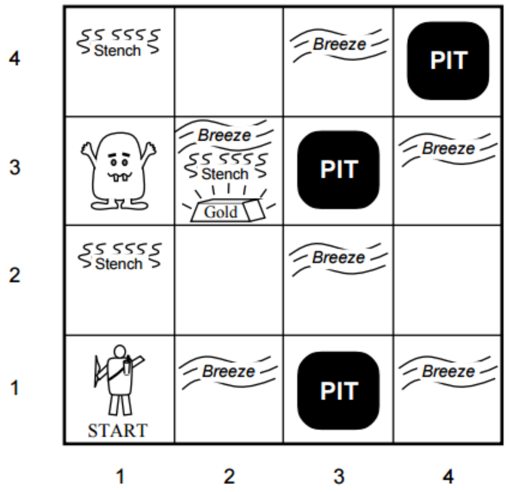
$$\forall(x)(\text{homem}(x) \rightarrow mortal(x))$$
$$\text{homem}(socrates)$$
$$\therefore mortal(socrates)$$

modus ponens

Agentes Lógicos

- Agentes:
  - Tem objetivos
  - Sentem e agem sobre o mundo
  - Independentes

wumpus



- Como armazenar o conhecimento dos agentes?
- ***KB – Knowledge Base***

Agentes Lógicos

- Agentes lógicos aplicam **inferência** à **base de conhecimentos**
  - Obter novas informações
  - Tomar decisões

- Leitura: cap. 7 – agentes lógicos do livro do Russel & Norvig

Atividade Z3Prover

- **Aquecimento – Provar pelo Z3Prover que Sócrates é mortal**

- Baixar o binário do Z3Prover para sua arquitetura (Windows, Linux, etc.)

https://github.com/Z3Prover/bin/tree/master/releases

- Baixar o arquivo **socrates.py** na página da disciplina e seguir exemplo no preâmbulo do código

Uma alternativa ao Z3Prover é o SymPy:
http://docs.sympy.org/dev/modules/logic.html

Atividade Z3Prover

- **Aquecimento – Provar pelo Z3Prover que Socrates é mortal**

```
from z3 import *

# Define um objeto Z3
Object = DeclareSort('Object')

# Define a função Humano
Human = Function('Human', Object, BoolSort())
# Define a função Mortal
Mortal = Function('Mortal', Object, BoolSort())

# Define o objeto Socrates
socrates = Const('socrates', Object)

# As variáveis para o forall devem ser declaradas como Const
x = Const('x', Object)

# Define os axiomas
# Ax (Humano(x) -> Mortal(x))
# Humano(Socrates)
axioms = [ForAll([x], Implies(Human(x), Mortal(x))),
          Human(socrates)]


s = Solver()
s.add(axioms)

print(s.check()) # 'sat' pois axiomas são coerentes

# refutação (prova por contradição)
# ~Mortal(Socrates)
s.add(Not(Mortal(socrates)))

print(s.check()) # 'unsat' pois socrates é mortal
# afinal Mortal(Socrates) - modus ponens
```

Atividade Z3Prover

- **Atividade – parte 1**

- **Dado que:**

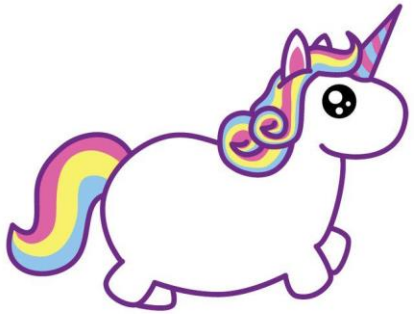
Se o unicórnio é mítico, então é imortal, mas se ele não for mítico, então é um mamífero mortal. Se o unicórnio for imortal ou mamífero, então tem chifre. O unicórnio é mágico se ele tem chifre.

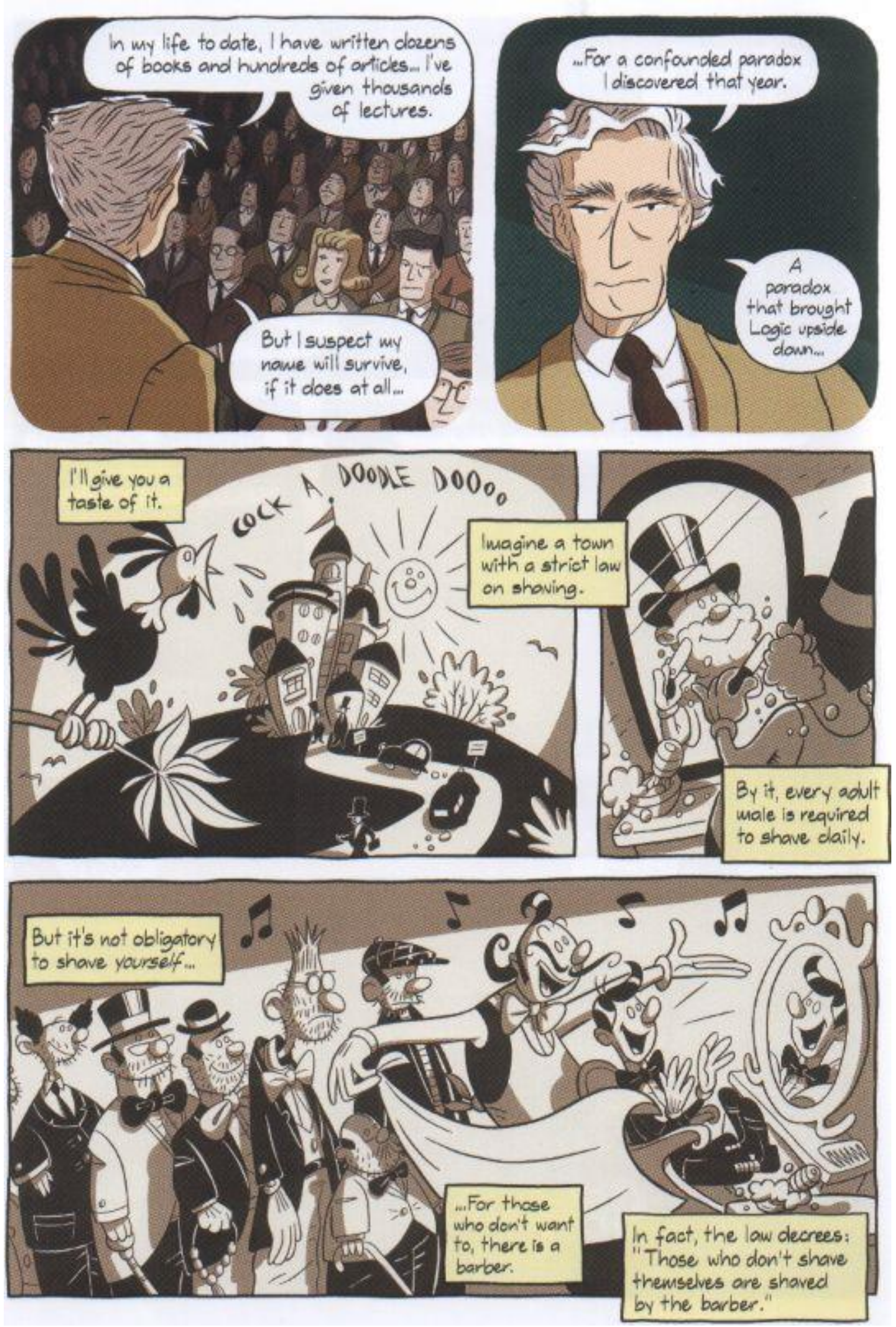
- **Prove que o unicórnio:**

  é mítico

  é mágico

  tem chifre

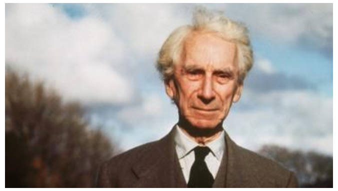




Atividade Z3Prover

- **Atividade – parte 2**

- **Prove que o paradoxo do barbeiro é insatisfatível**



- ***"Havia em Servilha um barbeiro que só cortava o cabelo de todas as pessoas que não cortavam o próprio cabelo."***

- Troque "pessoas" por homens – o problema é mantido? Considere que o barbeiro pode ser homem ou mulher.