

CI202 - Lista 6

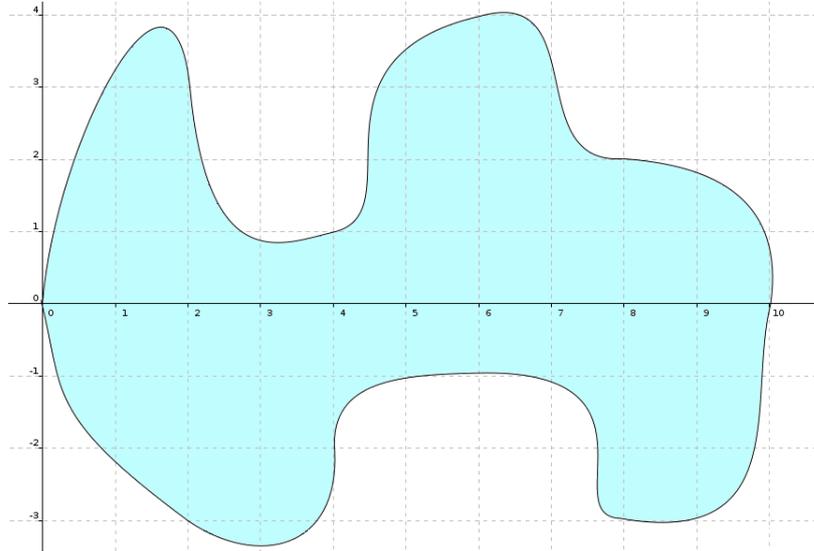
Integração Numérica

Prof. Ricardo Oliveira

- Trapézios: $\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{2}(f(x_0) + 2f(x_1) + \dots + 2f(x_{m-1}) + f(x_m))$
- Simpson: $\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{3}(f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + \dots + 4f(x_{m-1}) + f(x_m))$

1. Utilize a Regra dos Retângulos (que passam pelo ponto médio de cada segmento) para calcular uma aproximação para $\int_{-1}^3 \frac{x^3}{2} - x + 2 dx$, utilizando:
 - (a) 1 segmento
 - (b) 3 segmentos
 - (c) 6 segmentos
 - (d) 10 segmentos
2. Calcule o valor exato de $\int_{-1}^3 \frac{x^3}{2} - x + 2 dx$ analiticamente e determine o erro absoluto cometido em cada aproximação encontrada no exercício anterior.
3. Utilize a Regra dos Trapézios para calcular $\int_{-2}^4 -x^2 + 2x + 4 dx$, utilizando:
 - (a) 1 segmento
 - (b) 3 segmentos
 - (c) 6 segmentos
 - (d) 10 segmentos
4. Calcule o valor exato de $\int_{-2}^4 -x^2 + 2x + 4 dx$ analiticamente e determine o erro absoluto cometido em cada aproximação encontrada no exercício anterior.
5. Utilize a Regra de Simpson para calcular $\int_1^{10} \sqrt{x} + \log_{10} x dx$, utilizando:
 - (a) 1 segmento
 - (b) 2 segmentos
 - (c) 4 segmentos
 - (d) 6 segmentos
6. Sabendo que $\int_1^{10} \sqrt{x} + \log_{10} x dx = \frac{x \ln(x) - x}{\ln 10} + \frac{2\sqrt{x^3}}{3} \Big|_1^{10}$, determine o erro absoluto cometido em cada aproximação encontrada no item anterior.
7. Calcule uma aproximação para $\int_0^3 \text{sen}\left(\frac{x^2}{2}\right) dx$ usando 6 segmentos, através da regra:
 - (a) dos retângulos
 - (b) dos trapézios
 - (c) de Simpson

8. Sabendo que $\int_0^3 \operatorname{sen}\left(\frac{x^2}{2}\right) dx = \sqrt{\pi} S\left(\frac{x}{\sqrt{\pi}}\right) \Big|_0^3 \approx 0.9863516$ ¹, calcule o erro absoluto cometido em cada aproximação encontrada no item anterior.
9. Encontre uma aproximação para a área da figura abaixo, utilizando o método e a quantidade de segmentos que achar conveniente:



10. (Bônus para quem fez CI208) Para cada um dos três métodos estudados, escreva dois programas em C/C++. O primeiro deve conter uma função `double f(double x)` em seu código, e deve perguntar ao usuário três valores a , b e s . O programa deve então determinar $\int_a^b f(x) dx$ usando s segmentos. O segundo programa deve perguntar ao usuário um número m e $m + 1$ pontos conhecidos equidistantes entre si. O programa deve calcular a integral aproximada utilizando os pontos conhecidos fornecidos pelo usuário.

¹ Valor obtido por *software* de Integração Numérica. Dica: visite <http://www.integral-calculator.com/> ou resolva o exercício bônus desta lista.