CI202 - Lista 3
Sistemas de Equações Lineares

Prof. Ricardo Oliveira

Atenção: Apenas os resultados finais dos exercícios são apresentados, para fins de conferência. Os cálculos que levam a estes resultados devem ser realizados.

Obs: Caso encontre algum erro em algum exercício ou resposta, por favor avise o professor.

1. (a) $\left[\begin{array}{c|c} 8 & 42 \end{array}\right]$

   (b) $\left[\begin{array}{cc|c} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 1 & 9 \end{array}\right]$

   (c) $\left[\begin{array}{cccc|c} 0 & 1 & 3 & 0 & 7 \\ 5 & -2 & 0 & -1 & -7 \\ 0 & -3 & 1/5 & 0 & 0 \end{array}\right]$

2. (a) $[-1\ 2]^T$ (compatível determinado)

   (b) $[-131/91\ -458/91\ 32/13]^T \approx [-1.4396\ -5.03297\ 2.46154]^T$ (compatível determinado)

   (c) $[(-4/5+\alpha)\ (6/5-2\alpha)\ (\alpha)]^T = [(-0.8+\alpha)\ (1.2-2\alpha)\ (\alpha)]^T$ (compatível indeterminado)

   (d) $[(2-4\beta-5\alpha)\ (\beta)\ (\alpha)]^T$ (compatível indeterminado)

   (e) $[(1+(8/3)\alpha)\ (1-(4/9)\alpha)\ (\alpha)]^T$ (compatível indeterminado)

   (f) incompatível

   (g) $[-1\ 2]^T$ (compatível determinado)

   (h) incompatível

3. (a) $X \approx [0.08901\ 1.87253]^T$

   (b) $X \approx [0.27223\ 1.55717\ -0.09074]^T$

4. (a) $L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$; $U = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & -7 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$; $[-15/14\ -16/7\ 5]^T \approx [-1.07143\ -2.28571\ 5]^T$; $[-19/14\ -3/7\ 3]^T \approx [-1.35714\ -0.42857\ 3]^T$

   (b) $P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$; $L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -9/4 & 1 & 0 \\ -3/2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$; $U = \begin{bmatrix} -4 & 2 & 5 \\ 0 & 7/2 & 53/4 \\ 0 & 0 & 13/2 \end{bmatrix}$; $[-131/91\ -458/91\ 32/13]^T \approx [-1.4396\ -5.03297\ 2.46154]^T$; $[0\ 0\ 0]^T$

   (c) Como $det(A) = 0$, há mais uma fatoração válida; incompatível; $[(1/5-2\alpha)\ (3/5)\ (\alpha)]^T$.

5. (a) Não é diagonal dominante, mas a matriz de $\left[\begin{array}{cccc|c} 10 & -5 & 4 & -0.5 & -2 \\ -1 & 8 & 4.5 & -1.5 & 4 \\ 1 & -1 & -3.2 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & -7 & 0 \end{array}\right]$ é.

   (b) É diagonal dominante.

   (c) Não é diagonal dominante, e não há permutação de colunas que o seja.

6. (a) $X \approx [0.4237\ 0.22432\ 0.11369\ -0.07708]^T$ em 5 iterações.

(b) $X \approx [-0.17608\ 1.05853\ 0.70372]^T$ em 5 iterações.

(c) O sistema permutado em $\left[\begin{array}{ccc|c} -8 & 4 & 2 & 4 \\ 4 & 9 & -3 & -3 \\ 1 & 2 & -3 & 2 \end{array}\right]$ converge para a solução do sistema original $\approx [-1.18673 - 0.94907 - 0.30864]^T$ em 4 iterações.

7. (a) Critério satisfeito, pois $\beta_1 = 0.8, \beta_2 = 0.7333, \beta_3 = 0.666$.

   (b) Critério não satisfeito, pois $\beta_1 = 2, \beta_2 = 1, \beta_3 = 0.666$. Se permutado para $\left[\begin{array}{ccc|c} 3 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 & 9 \end{array}\right]$, o critério é satisfeito, pois $\beta_1 = \beta_2 = 0.33333, \beta_3 = 0.66666$.

   (c) Critério não satisfeito, pois $\beta_1 = 2.1, \beta_2 = 0.042$. Se permutado para $\left[\begin{array}{cc|c} -10 & 0.2 & -1.1 \\ -4.2 & 2 & 3 \end{array}\right]$, o critério é satisfeito, pois $\beta_1 = 0.02, \beta_2 = 0.042$.

   (d) Critério não satisfeito, pois $\beta_1 = 1, \beta_2 = 1$. Não há permutação de linha e/ou coluna que satisfaz o critério.

8. (a) $X \approx [-0.70272\ 0.28511\ -0.41053]^T$ em 4 iterações.

   (b) $X \approx [8.98906\ -2.995\ -1.99635]^T$ em 20 iterações. Se a permutação apresentada no exercício anterior for utilizada, $X \approx [8.99087\ -2.99543\ -1.99543]^T$ em 17 iterações.

   (c) $X \approx [1.80687\ 0.14614]^T$ em 4 iterações. Se a permutação apresentada no exercício anterior for utilizada, $X \approx [1.80676\ 0.14607]^T$ em 3 iterações.

   (d) $X = [3\ 0]^T$ em 2 iterações.

9. Dica: Utilize seus conhecimentos de CI208 sobre leitura e manipulação de matrizes, além de laços aninhados. Para melhorar a precisão de seus cálculos, utilize o tipo `double` ao invés do tipo `float`. Ao terminar suas implementações, note que usar o computador pode facilitar bastante o trabalho prático de resolução de sistemas (o exercício 8, item (b) pode ser usado como exemplo). Após escalonar uma matriz, seu determinante é dado pelo produto de sua diagonal. Para calcular a matriz inversa de uma dada matriz A, utilize o método de Gauss-Jacobi para resolver os sistemas $AA^{-1} = I$, onde I é a matriz identidade.