

## CI202 - Lista 3

### Sistemas de Equações Lineares

Prof. Ricardo Oliveira

- Gauss-Jacobi:  $X^i = JX^{i-1} + E$ , com  $J = -D^{-1}(S + I)$  e  $E = D^{-1}B$
- Gauss-Seidel:  $X^i = GX^{i-1} + F$ , com  $G = -(D + I)^{-1}S$  e  $F = (D + I)^{-1}B$
- Sassenfeld:  $\beta_i = \frac{\sum_{j=1}^{i-1} \beta_j |a_{ij}| + \sum_{j=i+1}^n |a_{ij}|}{|a_{ii}|}$

1. Escreva os seguintes sistemas de equações em suas formas matriciais:

$$(a) \begin{cases} 8x_1 = 42 \\ 2x_1 + 3x_2 = 4 \\ 5x_1 + x_2 = 9 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} 3x_3 + x_2 = 7 \\ 5x_1 - x_4 + 9 - 2x_2 = 2 \\ x_2 + \frac{x_3}{5} - 4x_2 = 0 \end{cases}$$

2. Resolva cada sistema abaixo utilizando o Método de Gauss. Indique se o sistema é compatível determinado, compatível indeterminado ou incompatível.

$$(a) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$(b) \begin{bmatrix} -4 & 2 & 5 & | & 8 \\ 6 & -3 & -1 & | & 4 \\ 9 & -1 & 2 & | & -3 \end{bmatrix}$$

$$(c) \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & | & 0 \\ 4 & 6 & 8 & | & 4 \\ -1 & 1 & 3 & | & 2 \end{bmatrix}$$

$$(d) \begin{bmatrix} 2 & 8 & 10 & | & 4 \\ 1 & 4 & 5 & | & 2 \\ 6 & 24 & 30 & | & 12 \end{bmatrix}$$

$$(e) \begin{bmatrix} 1 & 6 & 0 & | & 7 \\ -1 & 3 & 4 & | & 2 \\ 1 & 3 & 2 & | & 2 \\ 2 & 6 & 4 & | & 1 \\ 3 & 4 & 6 & | & 7 \end{bmatrix}$$

$$(f) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

$$(g) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

$$(h) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 10 \end{bmatrix}$$

3. Resolva os sistemas abaixo utilizando o método de Gauss-Jordan:

$$(a) \begin{bmatrix} -1.2 & 2.3 & | & 4.2 \\ 5 & -2 & | & -3.3 \end{bmatrix}$$

$$(b) \begin{bmatrix} -2 & 3 & 1.4 & | & 4 \\ 1 & 0 & 3 & | & 0 \\ -4 & 0.5 & 7.6 & | & -1 \end{bmatrix}$$

4. Para cada sistema abaixo, fatore a matriz  $A$  em  $A = LU$  utilizando a fatoração LU. Em seguida, resolva o sistema  $Ax = B$  para cada vetor  $B$  dado, sem aplicar a eliminação de Gauss.

$$(a) A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & -1 & 1 \\ 6 & 2 & 3 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

$$(b) A = \begin{bmatrix} -4 & 2 & 5 \\ 6 & -3 & -1 \\ 9 & -1 & 2 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \\ -3 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

$$(c) A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 6 & 4 \\ 3 & 4 & 6 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

5. Para cada sistema dado, verifique se a matriz de coeficientes é diagonal dominante. Caso não seja, encontre uma permutação de suas linhas e/ou colunas que o seja, se for possível.

$$(a) \left[ \begin{array}{cccc|c} -5 & 4 & -0.5 & 10 & -2 \\ 8 & 4.5 & -1.5 & -1 & 4 \\ -1 & -3.2 & 1 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & -7 & -1 & 0 \end{array} \right]$$

$$(b) \left[ \begin{array}{ccc|c} 8 & -4 & 2 & -4 \\ 1 & 5 & -3 & 3 \\ -2 & 5 & -9 & -1 \end{array} \right]$$

$$(c) \left[ \begin{array}{ccc|c} 2 & -8 & 4 & 4 \\ -3 & 8 & 9 & -3 \\ -3 & 1 & 2 & 2 \end{array} \right]$$

6. Resolva cada sistema do exercício anterior utilizando o método de Gauss-Jacobi, utilizando como  $X_0$  o vetor nulo e  $\epsilon = 0.06$ .
7. Para cada sistema abaixo, verifique se o critério de Sassenfeld é satisfeito. Caso não seja, encontre uma permutação das linhas e/ou colunas da matriz de coeficientes para tornar o critério satisfeito, se possível.

$$(a) \left[ \begin{array}{ccc|c} 5 & 1 & -3 & -2 \\ -3 & 6 & 2 & 3 \\ 2 & 6 & -9 & 4 \end{array} \right]$$

$$(b) \left[ \begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 3 & 9 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & 3 \end{array} \right]$$

$$(c) \left[ \begin{array}{cc|c} 2 & -4.2 & 3 \\ 0.2 & -10 & -1.1 \end{array} \right]$$

$$(d) \left[ \begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 3 \end{array} \right]$$

8. Resolva cada sistema do exercício anterior utilizando o método de Gauss-Seidel, utilizando como  $X_0$  o vetor nulo e  $\epsilon = 0.005$ .
9. (Bônus para quem fez CI208) Implemente, em C++, algum(ns) método(s) estudado(s) para resolver sistemas de equações lineares em um computador. Seus programas devem receber como entrada do usuário a forma matricial dos sistemas. Aproveite sua implementação do método de Gauss e Gauss-Jordan para escrever um programa que calcula o determinante de uma matriz quadrada, assim como sua matriz inversa.