CI202 - Lista 5
Ajuste de Curvas

Prof. Ricardo Oliveira

- Ajuste Polinomial:

$$\left[\begin{array}{cccc|c}
\sum_{i=0}^{m} 1 & \sum_{i=0}^{m} x_i & \ldots & \sum_{i=0}^{m} x_i^n & \sum_{i=0}^{m} f(x_i) \\
\sum_{i=0}^{m} x_i & \sum_{i=0}^{m} x_i^2 & \ldots & \sum_{i=0}^{m} x_i^{n+1} & \sum_{i=0}^{m} x_i f(x_i) \\
\vdots & & & & \vdots \\
\sum_{i=0}^{m} x_i^n & \sum_{i=0}^{m} x_i^{n+1} & \ldots & \sum_{i=0}^{m} x_i^{2n} & \sum_{i=0}^{m} x_i^n f(x_i)
\end{array}\right]$$

- Ajuste Não Polinomial:

$$\left[\begin{array}{cccc|c}
\sum_{i=0}^{m} g_0(x_i)g_0(x_i) & \sum_{i=0}^{m} g_0(x_i)g_1(x_i) & \ldots & \sum_{i=0}^{m} g_0(x_i)g_n(x_i) & \sum_{i=0}^{m} g_0(x_i)f(x_i) \\
\sum_{i=0}^{m} g_1(x_i)g_0(x_i) & \sum_{i=0}^{m} g_1(x_i)g_1(x_i) & \ldots & \sum_{i=0}^{m} g_1(x_i)g_n(x_i) & \sum_{i=0}^{m} g_1(x_i)f(x_i) \\
\vdots & & & & \vdots \\
\sum_{i=0}^{m} g_n(x_i)g_0(x_i) & \sum_{i=0}^{m} g_n(x_i)g_1(x_i) & \ldots & \sum_{i=0}^{m} g_n(x_i)g_n(x_i) & \sum_{i=0}^{m} g_n(x_i)f(x_i)
\end{array}\right]$$

1. Para cada função $f(x)$ com os valores conhecidos dados, utilize o ajuste linear para encontrar a equação da reta que os aproxima pelo método dos quadrados mínimos. Calcule também a soma dos quadrados dos resíduos obtidos.

   (a)

x	2	4
$f(x)$	2	3

   (b)

x	-3	1	8
$f(x)$	2	0	3

   (c)

x	2.1	5	10.5	13
$f(x)$	0.2	3.2	22	5.7

   (d)

x	3	4.2	5.7	10
$f(x)$	42	42	42	42

2. Para cada função $f(x)$ com os valores conhecidos dados, utilize o ajuste quadrático para encontrar a equação da parábola que os aproxima pelo método dos quadrados mínimos. Calcule também a soma dos quadrados dos resíduos obtidos.

   (a)

x	1	3	4
$f(x)$	0	3	2

(b)

x	-1	0.5	4.3	5
$f(x)$	-3	-4	2	7.1

(c)

x	-2	4
$f(x)$	4	8

(d)

x	-2	4	10
$f(x)$	4	8	12

3. Para cada função $f(x)$ com os valores conhecidos dados, utilize o ajuste polinomial para encontrar o polinômio de grau n que os aproxima pelo método dos quadrados mínimos. Calcule também a soma dos quadrados dos resíduos obtidos.

(a)

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	3	5	4	1	2

, $n = 3$

(b)

x	1	3	4	7	10	14
$f(x)$	-2	0	3	0	4	2

, $n = 4$ (Cuidado: este exercício envolve a resolução de um sistema linear de 5 equações por 5 variáveis.)

4. Para cada função $f(x)$ com os valores conhecidos dados, encontre a curva que aproxima a função dada pelo método dos quadrados mínimos, assumindo um comportamento exponencial da função, que não necessariamente passa pela origem (isto é, $g(x) = a_0 \times 1 + a_1 \times 2^x$). Calcule também a soma dos quadrados dos resíduos.

(a)

x	1	3	7	10
$f(x)$	10	34	514	4098

(b)

x	1	3	7	10
$f(x)$	11	33	515	4100

5. Para cada função $f(x)$ com os valores conhecidos abaixo, desenhe seu diagrama de dispersão e indique, visualmente, qual das seguintes curvas parece se aproximar melhor da função dada:
   - Curva com ajuste linear (reta)
   - Curva com ajuste quadrático (parábola)
   - Curva logarítmica ($g(x) = a_0 \times 1 + a_1 \times log_2(x)$)

   Em seguida, determine as equações das curvas consideradas e calcule a soma dos quadrados dos resíduos obtidos em cada caso, verificando se sua indicação feita pelo diagrama de dispersão foi correta.

(a)

x	0.1	0.6	2	4	6	7
$f(x)$	-1.5	0	2	1.5	3	2.5

(b)

x	1	2.5	4	6	8	10
$f(x)$	-4	-5	-8	-8	-8	-6

(c)

x	2	3	4	6	7	8
$f(x)$	11	8	5	4	2	0

6. Escreva um programa em C++ que recebe do usuário os valores conhecidos de uma função $f(x)$ e um inteiro n, e, utilizando o ajuste polinomial, imprime o polinômio de grau n que melhor se ajusta aos valores dados pelo método dos quadrados mínimos. Imprima também a soma dos quadrados dos resíduos obtidos.